

基于控制顶点和权交替优化的高质量平面NURBS参数化

纪野^{a, b}, 于滢滢^{a, b}, 王梦云^{a, b}, 朱春钢^{a, b}

^a大连理工大学 数学科学学院, 辽宁 大连 116024

^b大连理工大学 辽宁省计算数学与数据智能重点实验室, 辽宁 大连 116024

背景

- 等几何分析^[1](Isogeometric analysis, IGA)是一种新兴的具有精确几何表示能力的物理仿真方法, 该方法为计算机辅助设计和计算机辅助工程无缝融合提供了新思路.
- 由样条边界表示构造适合分析的参数域参数化是等几何分析中的关键步骤.

简介

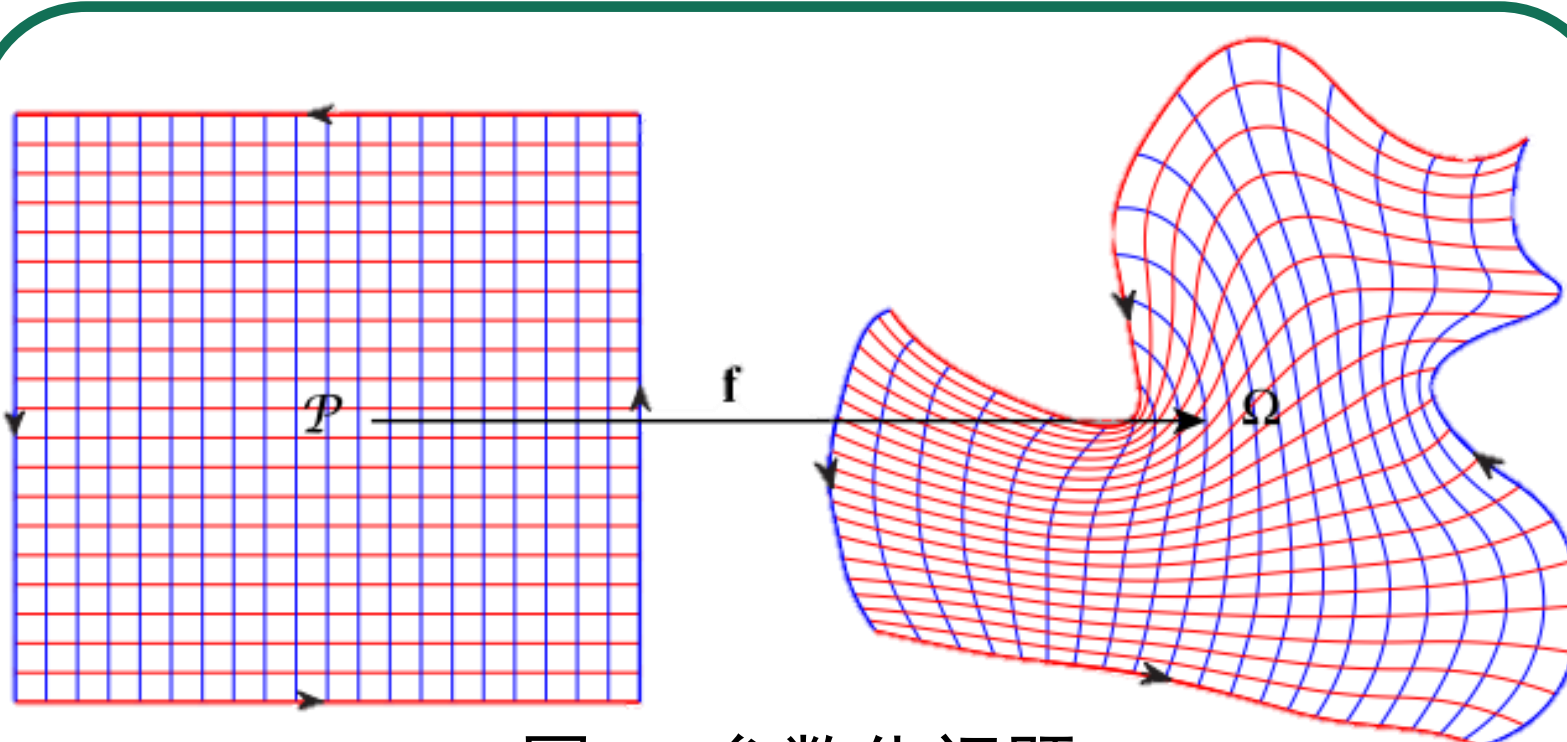


图1. 参数化问题

- 提出了一般平面NURBS参数化的几个单值性条件并给出了一个实用的单值性检验算法;
- 交替更新控制顶点和权因子, 提出构造高质量NURBS参数化的高效鲁棒算法.

参数化算法流程

步骤0: 输入

- 假定:
 - ✓ 计算域是单连通的;
 - ✓ 边界由四条正则的NURBS曲线表示;
 - ✓ 对边具有相同的次数和节点向量;
 - ✓ 节点向量满足clamped.

S0 输入: 边界曲线

步骤1: 初始化

- ✓ 内部权因子置为1;
 - ✓ 求解无约束二次规划问题
- $$\operatorname{argmin}_{P_{ij}} \int_{\Omega} \|\Delta f\|^2 dP \quad (1)$$
- 其中 Δ 是Laplace算子, P_{ij} 是待求内部控制顶点.
- ✓ 求解其对应的线性方程组.

S1 初始化

步骤2: 消除折叠

- ✓ 求解无约束优化问题

$$\operatorname{argmin}_{P_{ij}} \int_{\Omega} \operatorname{ReLU}(\delta - \det J)^2 dP \quad (2)$$

其中 δ 是用户指定值, $\det J$ 是参数化的雅可比行列式, ReLU 表示线性整流函数(Rectified Linear Unit), 即

$$\operatorname{ReLU}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$$

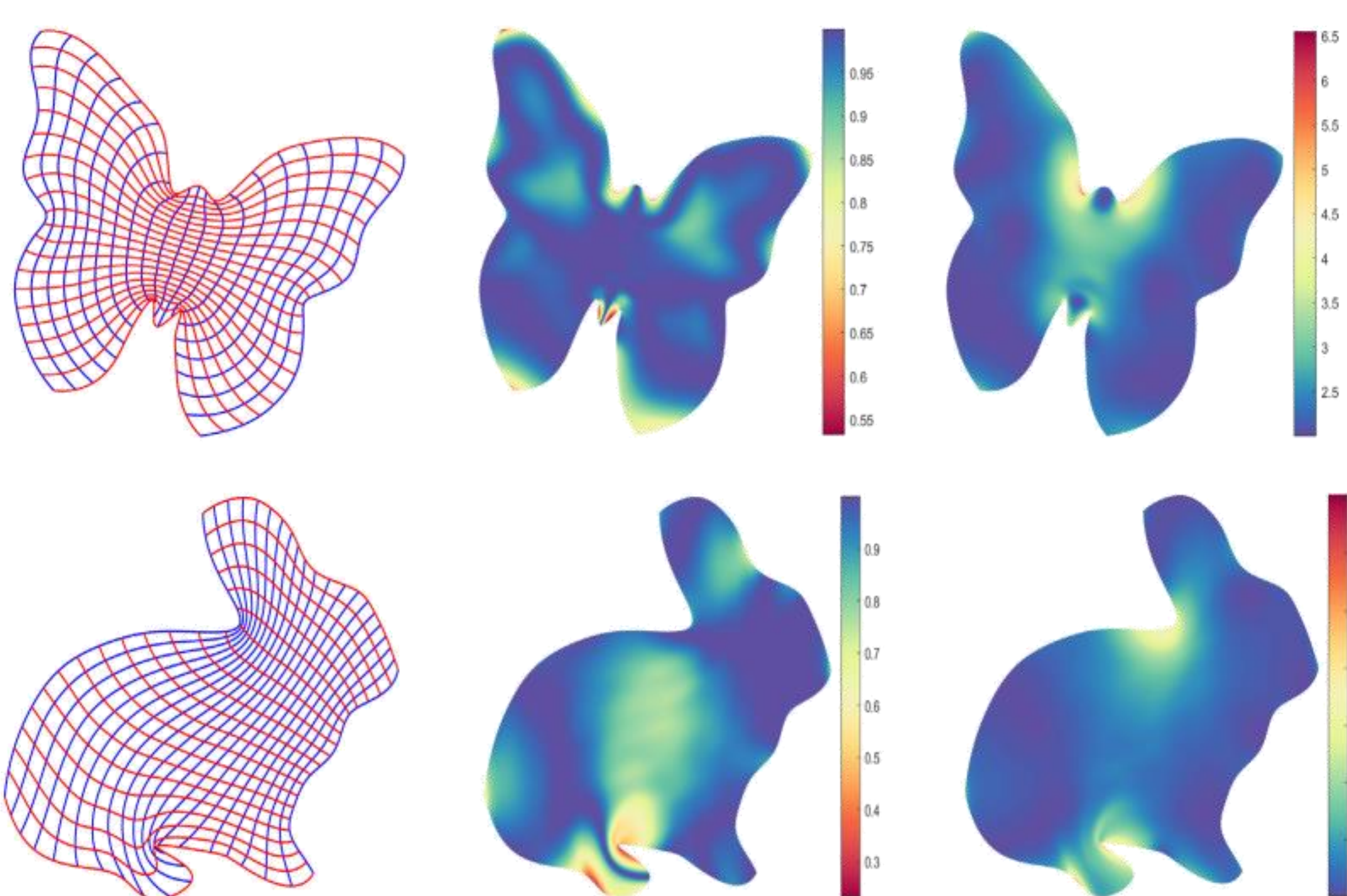
S2 消除折叠

步骤3: 交替迭代

- ✓ 子步3.1: 固定权, 调整控制顶点
- $$\operatorname{argmin}_{P_{ij}} E(f; P_{ij}, \omega_{ij}); \quad (3.1)$$
- ✓ 子步3.2: 固定控制顶点, 调整权
- $$\operatorname{argmin}_{\omega_{ij}} E(f; P_{ij}, \omega_{ij}); \quad (3.2)$$
- ✓ 交替迭代子步3.1和子步3.2, 直至满足终止条件.

S3 交替优化

部分参数化结果



(a) 参数化结果

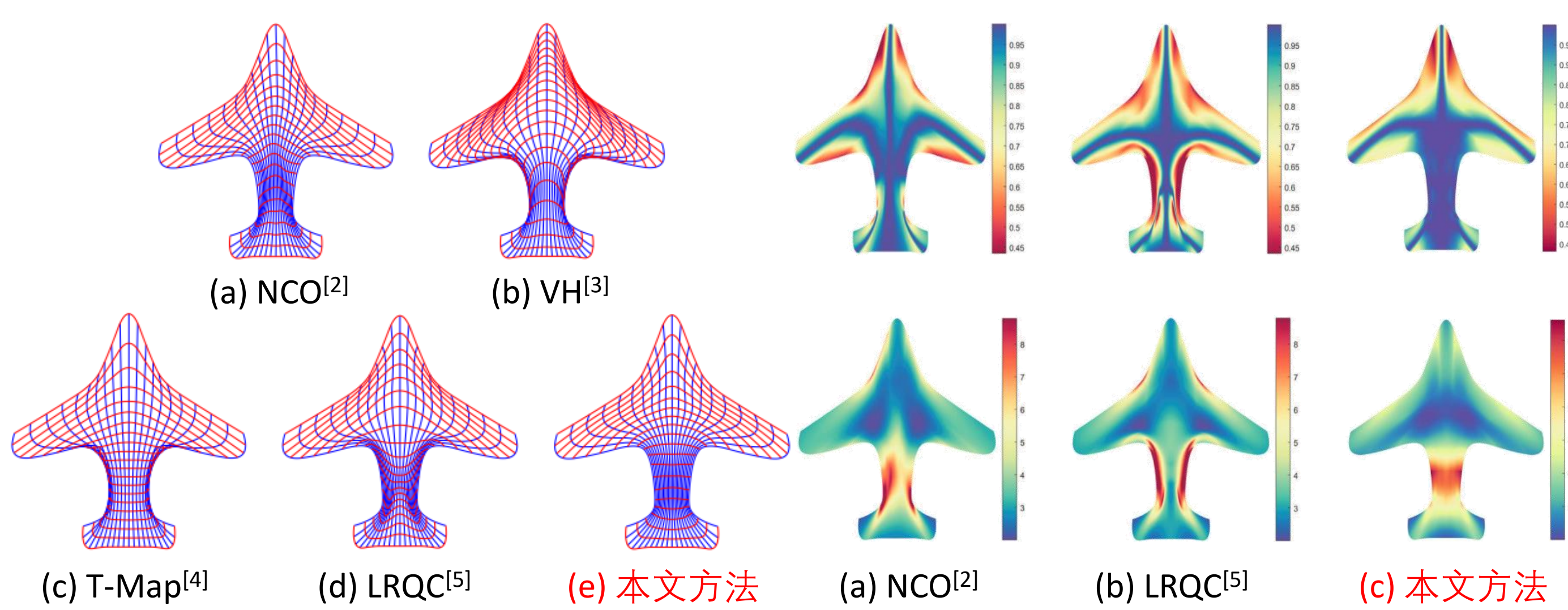
(b) 比例雅克比

(c) 条件数

部分参数化结果和参数化质量指标

注: 比例雅克比是刻画参数化正交性的指标, 该值越接近于1, 代表参数化具有良好的正交性; 条件数是刻画参数化扭曲程度的指标, 该值越小, 代表参数化具有更小的扭曲.

与现有方法比较



(a) NCO^[2]

(b) VH^[3]

(c) T-Map^[4]

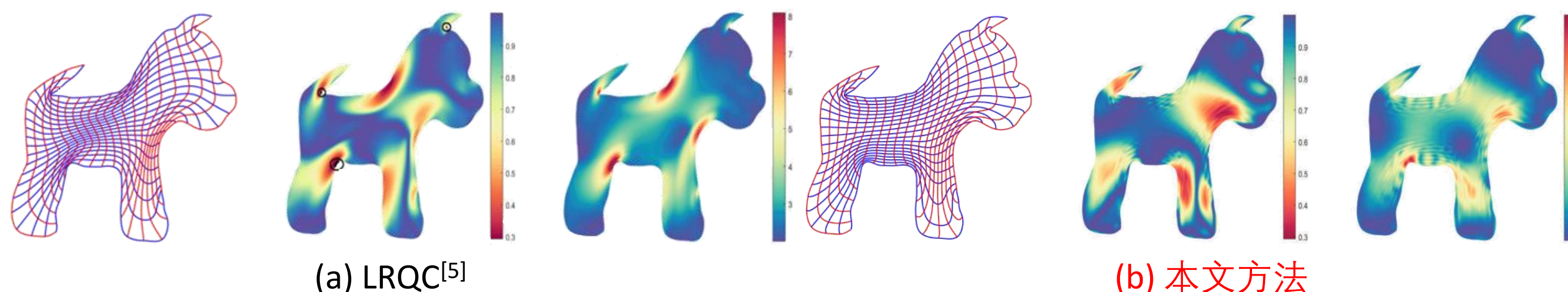
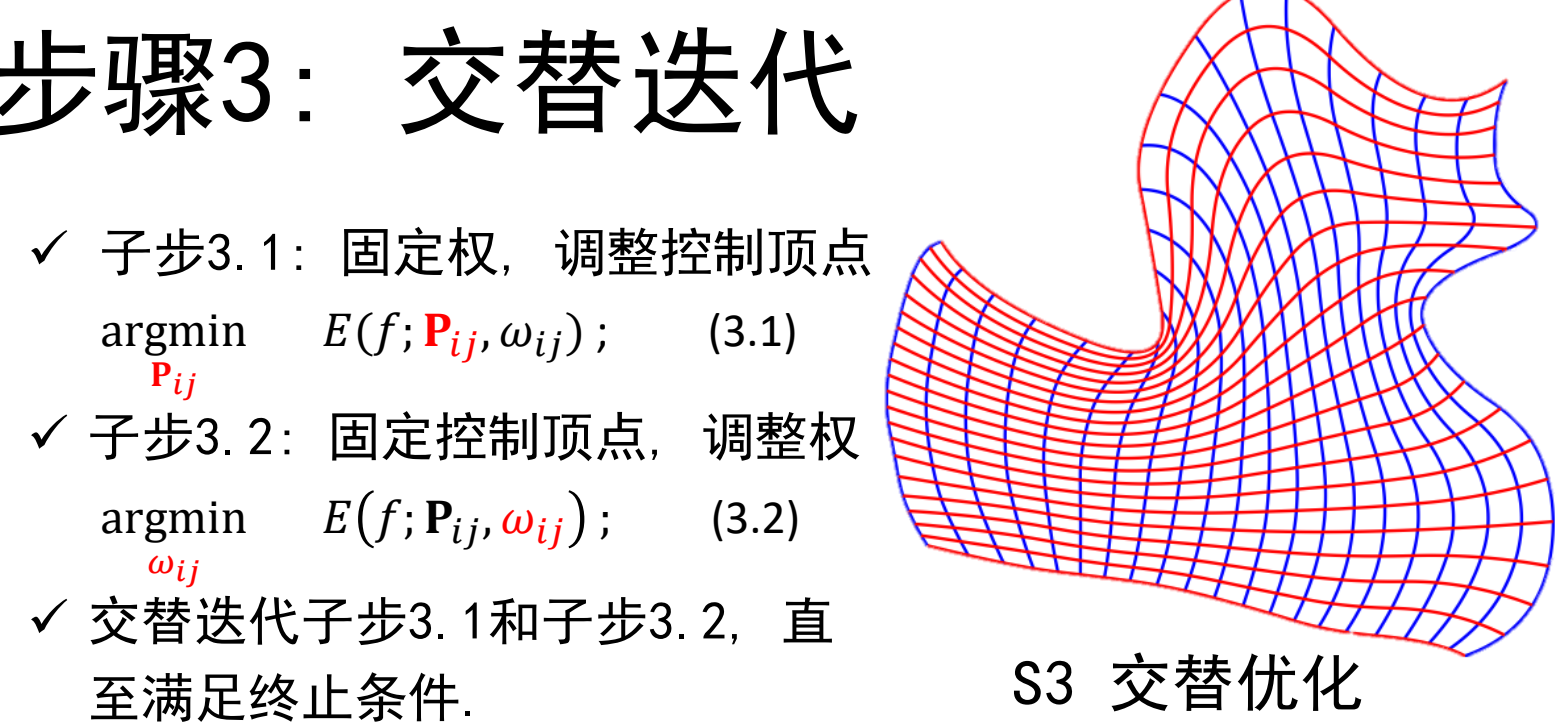
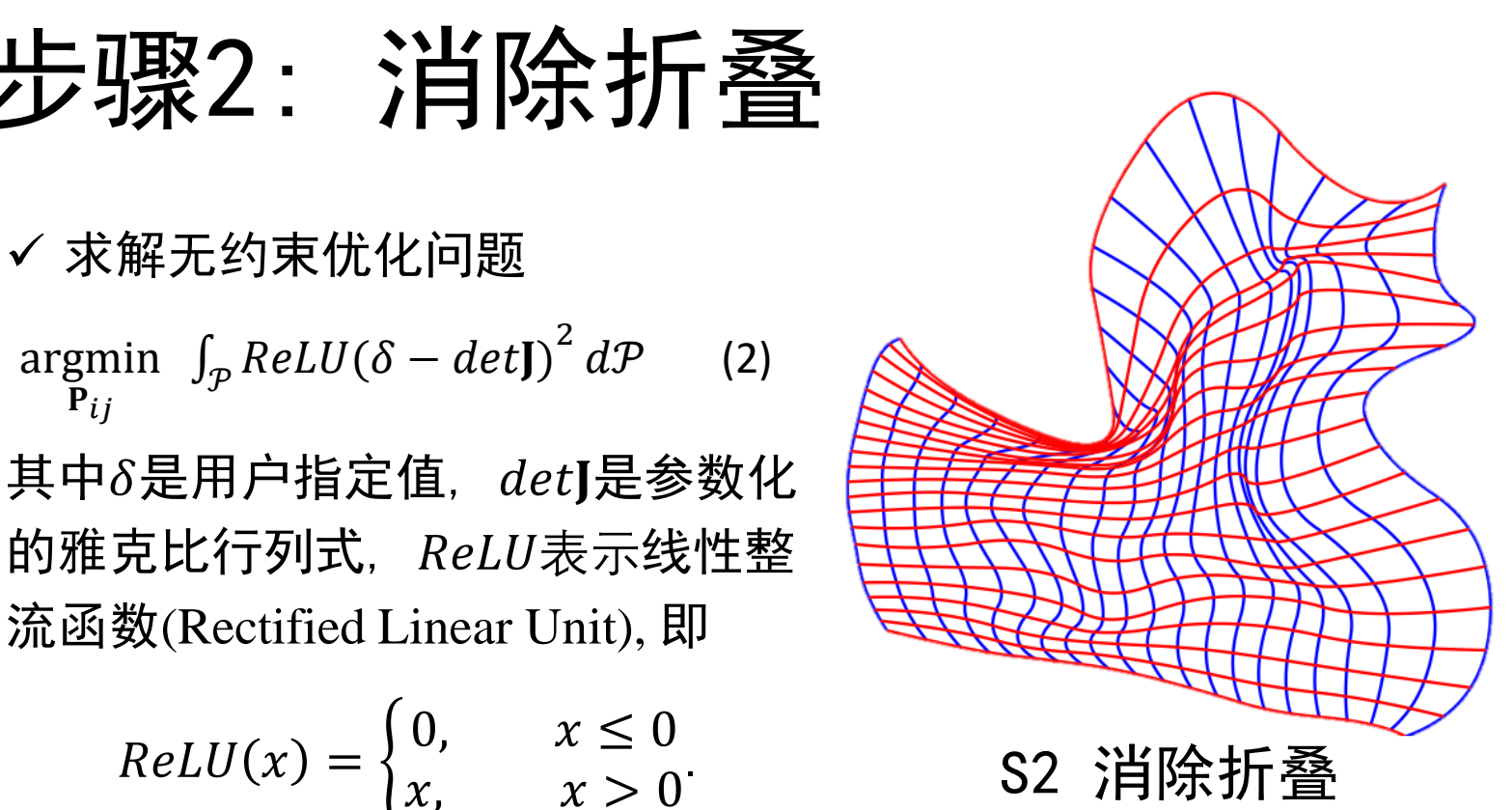
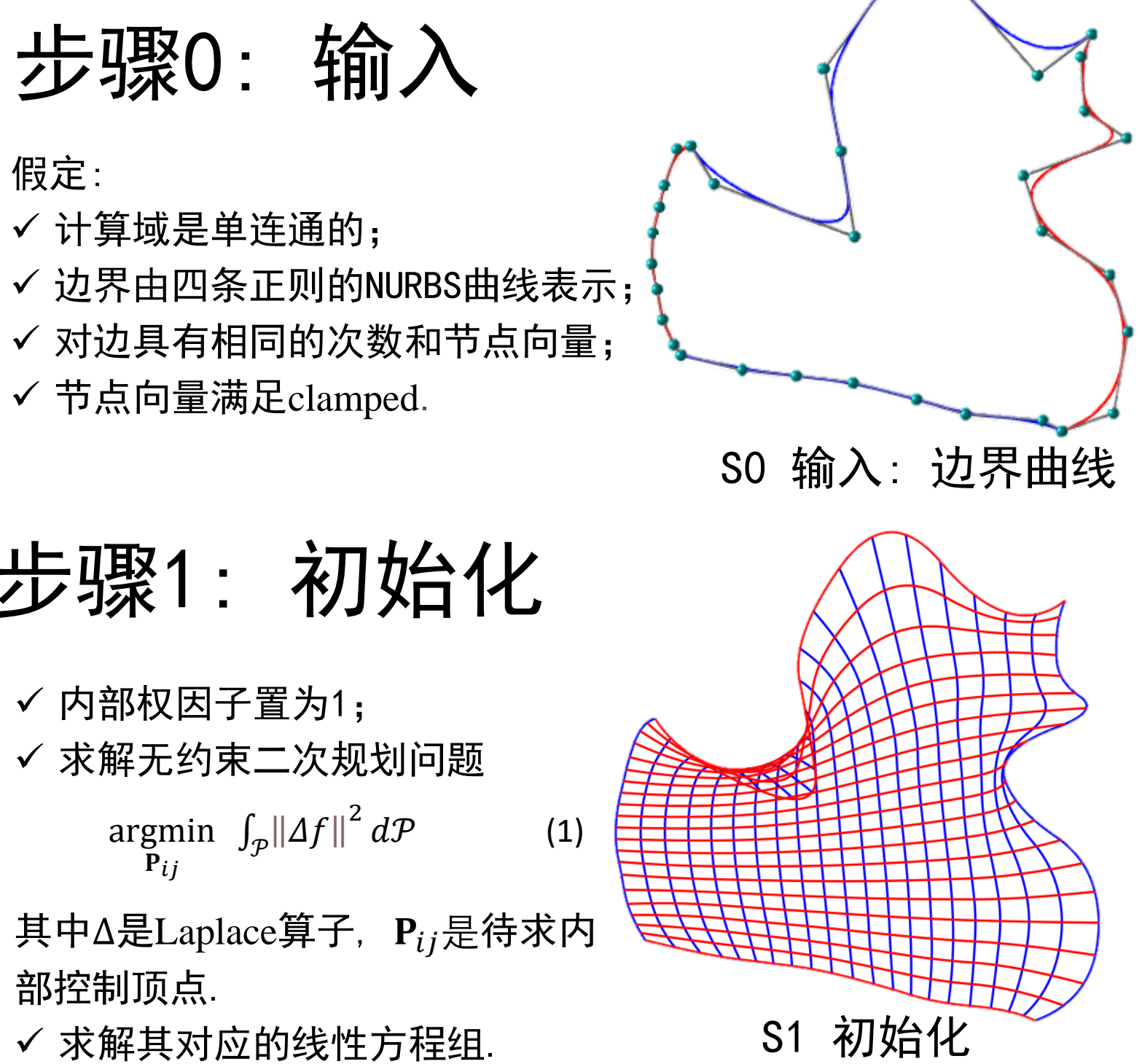
(d) LRQC^[5]

(e) 本文方法

飞机. 不同方法得到的参数化结果.

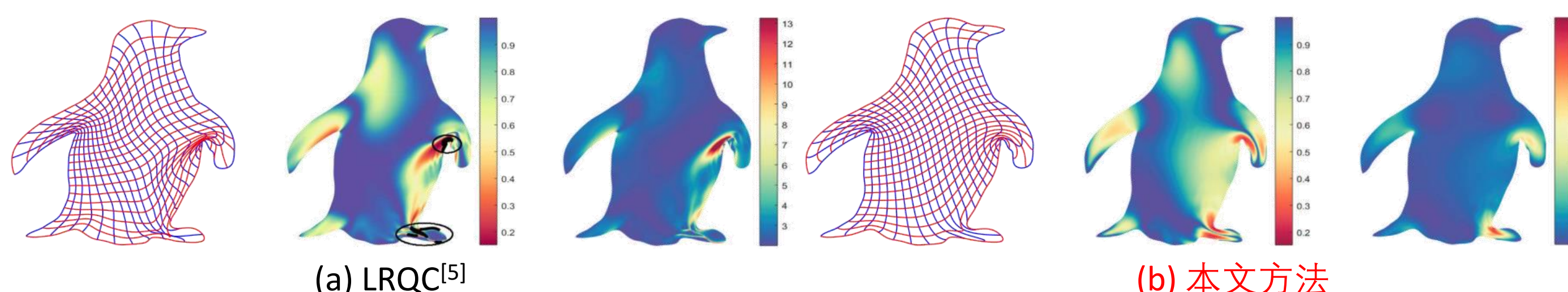
飞机. 参数化质量的进一步比较.

Model	p, q, n, m	Method	Scaled Jacobian		Condition number	
			Average	min	Average	max
Duck	2,2,8,10	NCO	0.8819	0.1160	3.1831	32.2954
		VH	0.7192	-1.0000	13.1134	4.7522e+05
		T-map	0.8709	-1.0000	5.9432	2.5475e+05
		LRQC	0.8850	0.2064	2.9704	16.3875
		Fixed weights	0.9212	0.4122	2.8992	6.8609
		Ours	0.9214	0.4306	2.8992	6.9994
Dog	3,3,30,30	NCO	-	-	-	-
		VH	0.4037	-1.0000	21.2539	5.3966e+05
		T-map	-	-	-	-
		LRQC	0.8256	-0.9995	3.4932	2.5641e+03
		Fixed weights	0.8331	0.1720	3.6472	17.7726
		Ours	0.8488	0.2930	3.2310	8.0818
Penguin	3,3,30,30	NCO	-	-	-	-
		VH	0.5091	-1.0000	11.9690	2.4950e+05
		T-map	-	-	-	-
		LRQC	0.8252	-1.0000	4.9784	2.8099e+05
		Fixed weights	0.8491	0.1430	2.7048	14.6129
		Ours	0.8491	0.1515	2.7050	13.2554



(a) LRQC^[5]

(b) 本文方法



(a) LRQC^[5]

(b) 本文方法

算法效率

Method	Duck	Butterfly	Rabbit	Plane	Dolphin	Dog	Penguin
NCO	220.27	3567.72	4281.32	304.47	1092.63	-	-
LRQC	1.43	2.99	3.06	1.44	1.77	-	-
Ours	0.41	0.87	1.20	0.43	0.85	101.16	45.75

单位: 秒

结论和展望

- 同时考虑控制顶点和权, 本文给出了构造高质量平面NURBS参数化的鲁棒、高效算法.
- 数值实例表明了算法的有效性和优越性.
- 将提出的方法推广到3D体和具有多片(块)结构的高亏格计算域参数化中是值得考虑的问题.

致谢

作者感谢中国科学技术大学陈发来教授、年先顺博士和南京航空航天大学潘茂东教授有关参数化方法的前期讨论并提供其文章的源代码. 作者感谢中国科学技术大学傅孝明教授在其主页上共享模型数据. 本项目由国家自然科学基金项目(Nos. 12071057, 11671068) 资助.

参考文献

- [1] T.J.R. Hughes, J.A. Cottrell, Y. Bazilevs, Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 194 (39-41) (2005) 4135-4195.
- [2] G. Xu, B. Mourrain, R. Duvigneau, A. Galligo, Parameterization of computational domain in isogeometric analysis: methods and comparison, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 200 (23-24) (2011) 2021-2031.
- [3] G. Xu, B. Mourrain, R. Duvigneau, A. Galligo, Constructing analysis-suitable parameterization of computational domain from CAD boundary by variational harmonic method, J. Comput. Phys. 252 (2013) 275-289.
- [4] X.S. Nian, F.L. Chen, Planar domain parameterization for isogeometric analysis based on Teichmüller mapping, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 311 (2016) 41-55
- [5] M.D. Pan, F.L. Chen, W.H. Tong, Low-rank parameterization of planar domains for isogeometric analysis, Comput. Aided Geom. Design 63 (2018) 1-16.

联系我们

纪野
E-mail: jiyey@mail.dlut.edu.cn

获取全文: